Frenado sin huellas

IRAT 2014

Enunciado

Sea el caso de un ómnibus con 25 pasajeros, que luego de impactar a una motocicleta, se detiene a 46 metros del punto de impacto, sin dejar huellas de neumático en su trayectoria.

En las constataciones realizadas se pudo determinar por un lado que no se produjeron lesiones en los pasajeros, y además se comprobó que los frenos funcionaban normalmente y que el coeficiente de desaceleración para el deslizamiento con ruedas bloqueadas en la situación concreta es $\mu = 0,6$

Introducción

- Hay plena evidencia de un proceso de frenado.
- Es un frenado normal o controlado.
- La distancia recorrida, es un parámetro suficiente para establecer un rango acotado de valores probables.
- Este ejemplo muestra la diferencia entre modelar y aplicar fórmulas.
- Modelar, puede explicar desde el lenguaje de la físico matemática, el siniestro en términos de magnitudes posibles, probables y comprobables

La velocidad inicial, V_0, va disminuyendo según una ley desconocida.

Una manera de representar la función velocidad, es la siguiente:

$$V(t) = V_0 - a(t).t^n$$

Válido en el entorno de: $0 \leq t \leq T$

El vehículo se detiene cuando t=T y x= 46 metros

Elegimos esta función, porque es derivable y de fácil uso para lo que desarrollamos a continuación. Pero sobre todo, es una aproximación muy aceptable, tal como veremos.

V(t) y a (t), son funciones continuas con validez entre 0 y T

Límite físico: No puede superar el valor de bloqueo, $\mu = 0,6$ o considerando el pico de un 10% adicional, en el entorno de un resbalamiento de $S \sim 0,15$

$$\mu = 0,66$$

Límite bio-mecánico: Considerando que los pasajeros no sufrieron daños, teniendo en cuenta que para que esto suceda la desaceleración no puede superar los $3,4\ m/s^2$.

$$\mu = 0,35$$

¿Con que variables representamos la aceleración?

Representar la aceleración en función del tiempo presenta mejores puntos de vista para representar el fenómeno.

¿Cómo progresa el frenado?

La fuerza aplicada sobre el sistema irá creciendo hasta hacerse máxima cuando $t=T$, $x = 46$ metros y $V=0$

¿Cómo progresa el frenado?

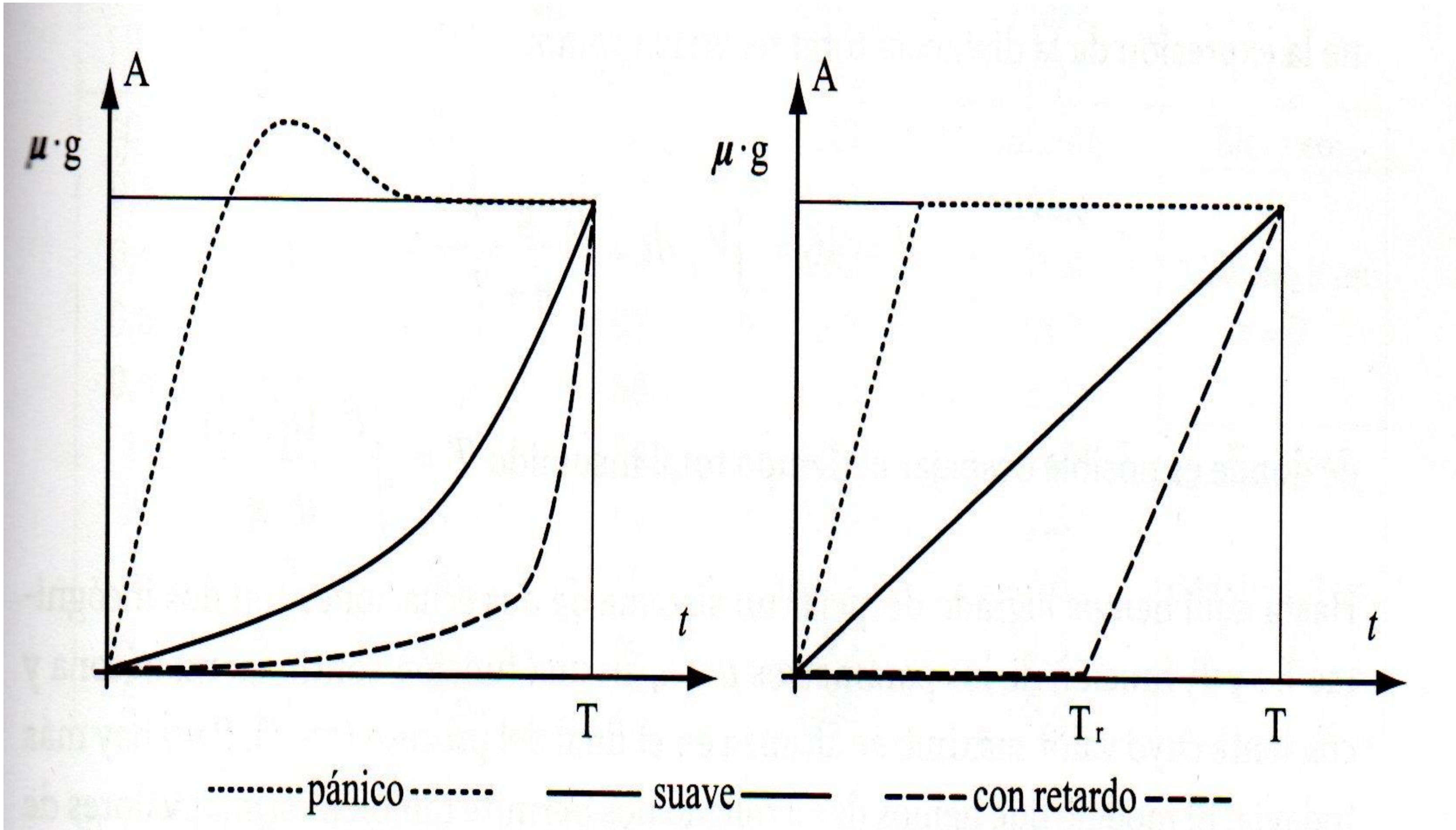
Frenado suave, frenado medio, frenado en pánico.

En el gráfico se representan las curvas de la desaceleración durante el tiempo de frenado hasta el momento T.

El gráfico de la izquierda representa una forma teórica y el de la derecha una forma simplificada.

El gráfico esta representado con un tiempo unitario, en función de T.

La duración del frenado, variará en función de las alternativas elegidas.


A
μ·g
t
T
A
μ·g
t
Tr
T
pánico
suave
con retardo

Como hipótesis simple consideremos la función,

$$a(t) = k.t^n$$

$$en\ t = 0;\ a(t) = 0\ y\ en\ t = T; a = -\mu.g$$

Al final del proceso ha llegado al extremo superior de la aceleración posible, resultando

$$a(t) = -\mu.g\left(\frac{t}{T}\right)^n$$

La integral indefinida de esta ecuación es V(t):

$$-\mu.g\int\left(\frac{t}{T}\right)^n dt = -\mu.g\frac{t^{n+1}}{(n+1).T^n} + C$$

En las condiciones extremas:

$$V_0 = C;\ V_T = 0, reemplazando$$

$$V_0 = \frac{\mu . g . T}{n+1}; reemplazando$$

$$V_t = \frac{\mu . g}{n+1}\left(T - \frac{t^{n+1}}{T^n}\right)$$

Integrando la ecuación general de la velocidad en el intervalo entre 0 y T,

se obtiene la distancia total recorrida:

$$d = 46 = \int V_t dt = \frac{\mu . g . T^2}{n+2}$$

El tiempo total insumido en el frenado, es:

$$T = \sqrt{\frac{d.(n+2)}{\mu.g}}$$

El modelo desarrollado nos posibilita estimar valores de desaceleración media.

$$A_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T A_{(t)}\,dt = \frac{V_0}{T} = \frac{\mu.g}{n+1}$$

Además estimar el valor del pulso

$$P_t = -(n-1).\mu.g.\frac{t^{n-1}}{T^n}$$

Análisis de los valores obtenidos:

- Exponente 0, corresponde al bloqueo
- En el rango $0<n<1$ corresponde a una desaceleración inicial violenta.
- En $n=1$ corresponde a una variación lineal de desaceleración contante.
- Para $n>1$, comienza a corresponder a un frenado considerando cierto tiempo de reacción.
- Graficando los valores de aceleración en función del tiempo, para μ= 0,66. se obtienen lo indicado en los gráficos de página 12 a 16
- A continuación en los gráficos, 17, 18 y 19, se indican los valores de velocidad para cada valor de n.
- En las tablas, se indica el tiempo insumido hasta la detención del ómnibus, en función del exponente n y para los valores de μ = 0,66 y μ = 0,35

Tiempo hasta su detención μ = 0.66										
n	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	2	3	4	5
t (seg.)	3,75	3,95	4,10	4,30	4,45	4,60	5,35	5,95	6,55	7,05

Tiempo hasta su detención μ = 0.35										
n	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	2	3	4	5
t (seg.)	5,20	5,45	5,65	5,90	6,15	6,35	7,35	8,20	9,00	9,70

Gráfico a-t; exponente n=0, condición de bloqueo

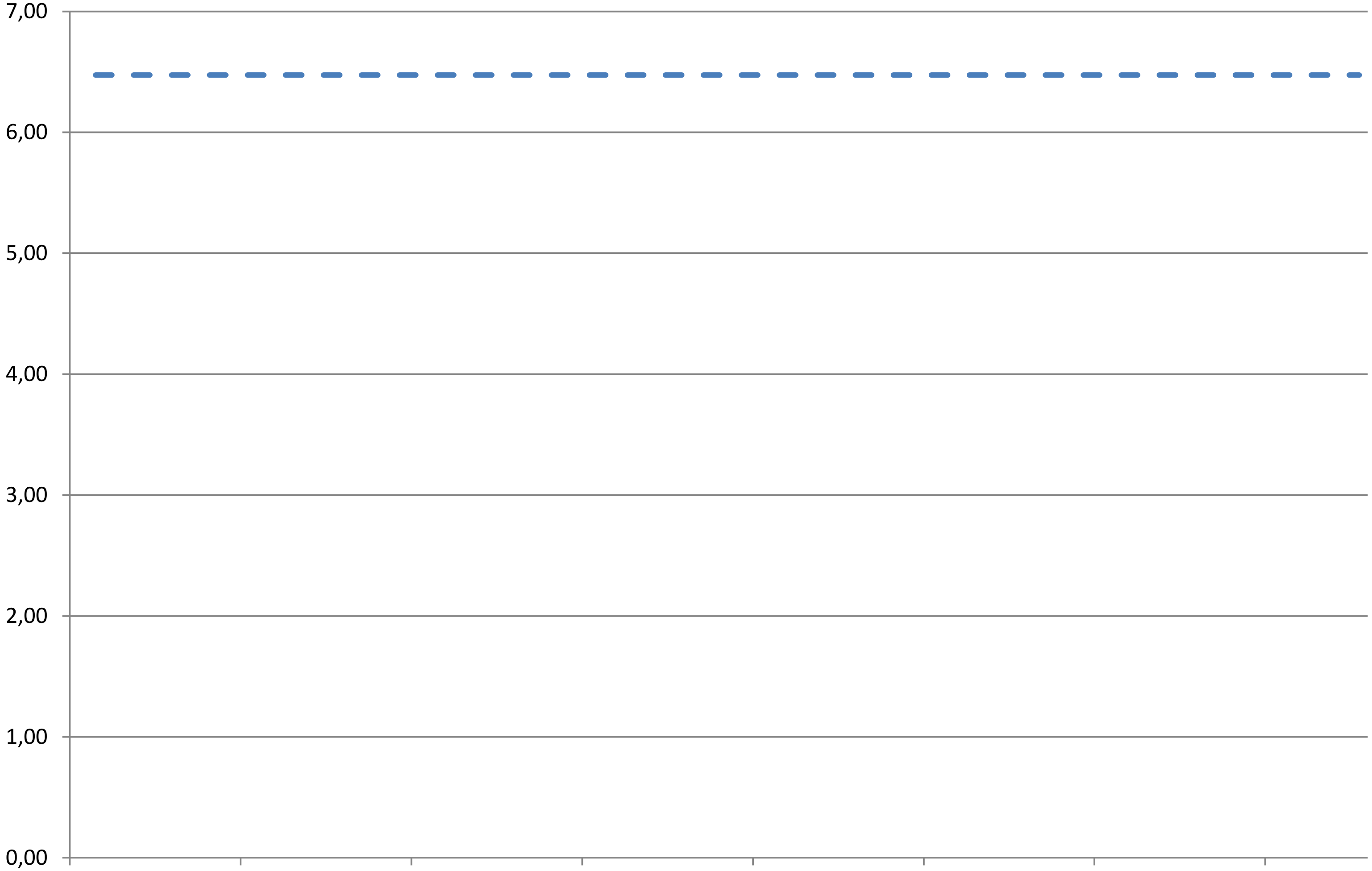


Gráfico a-t; exponente n=0 y n= 0,2

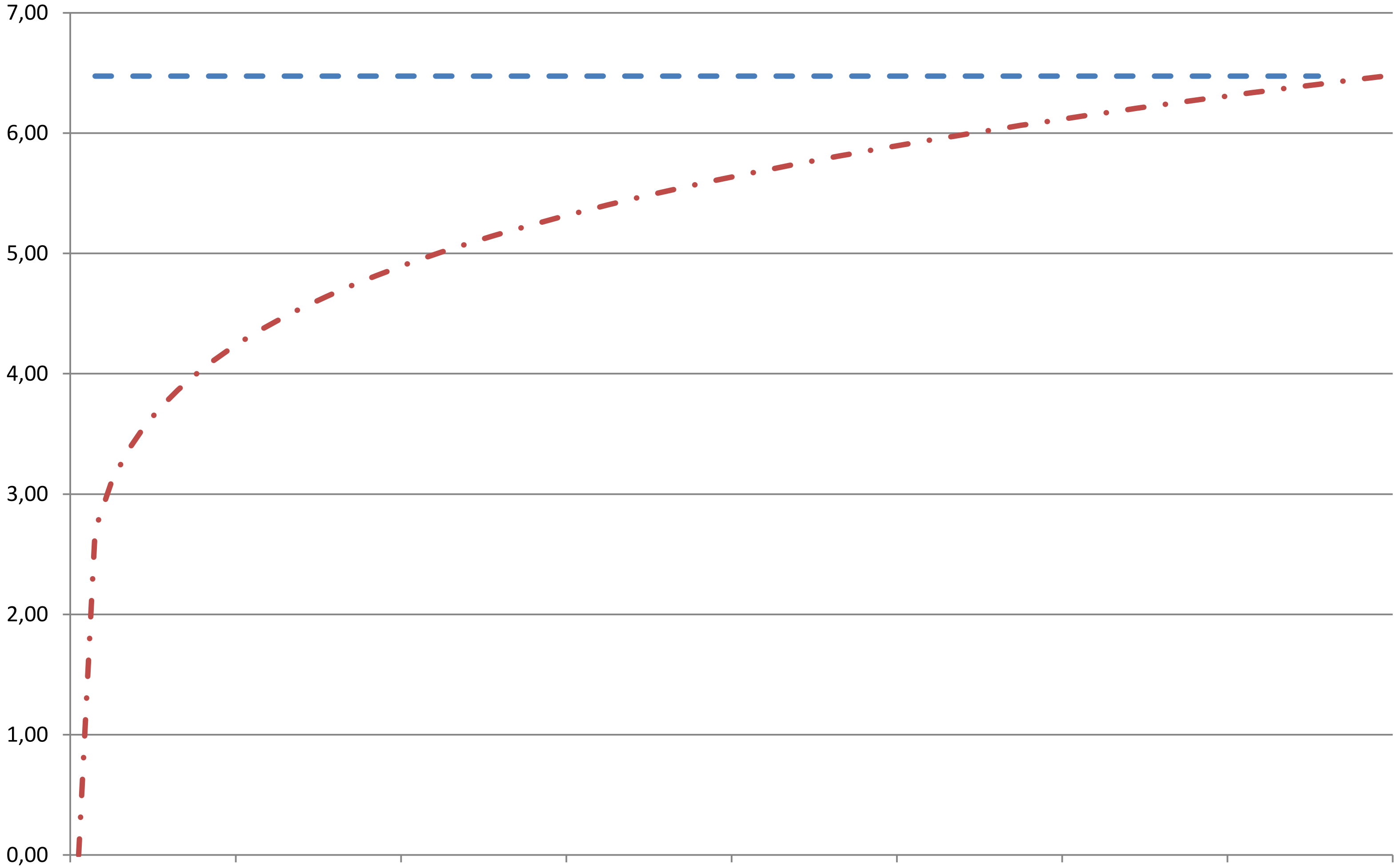


Gráfico a-t; exponente n=0 ; n= 0,2; n= 0,4; n= 0,6; n=0,8

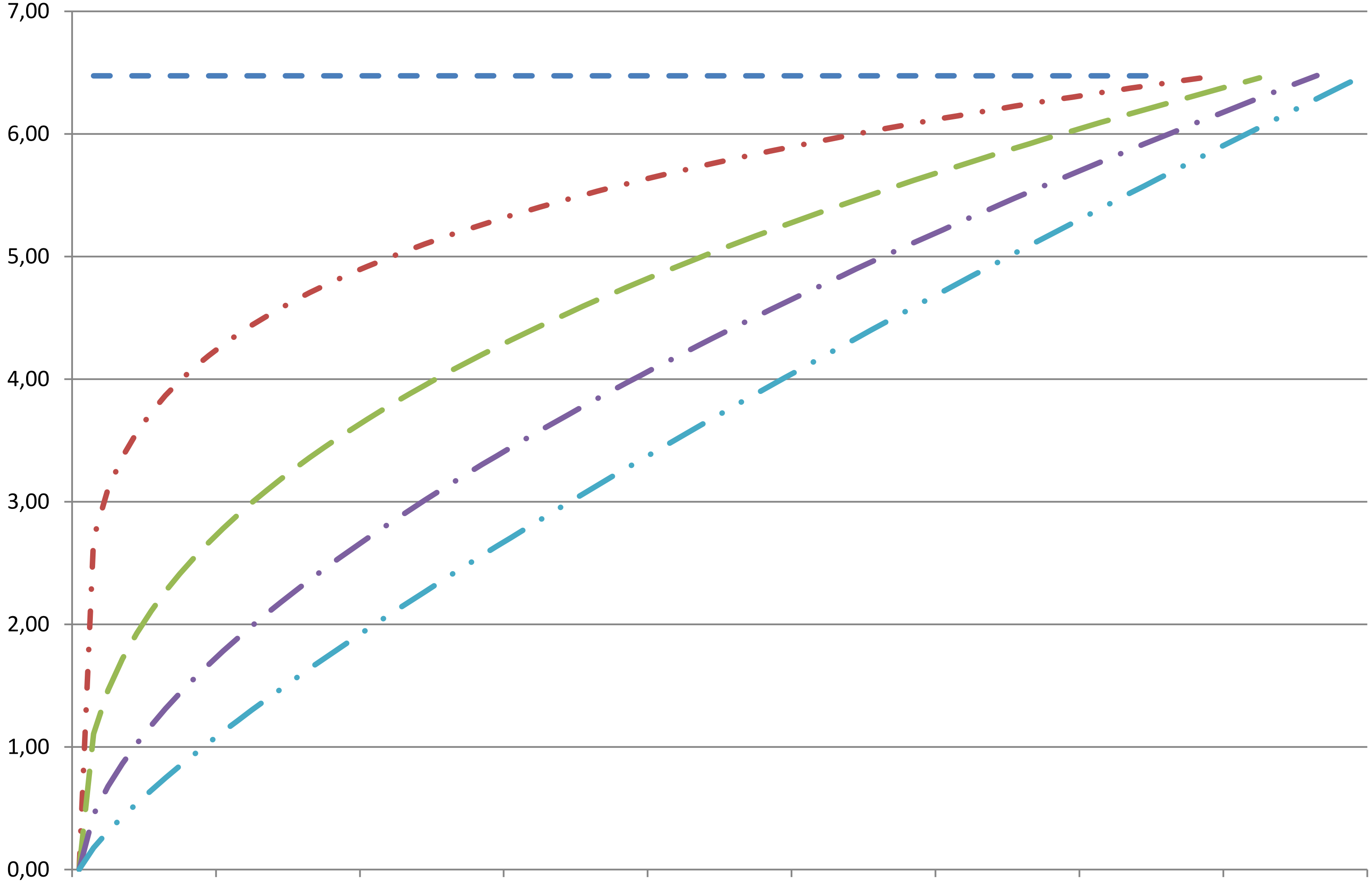


Gráfico a-t; exponente n=0 ; n= 0,2; n= 0,4; n= 0,6; n=0,8; n=1

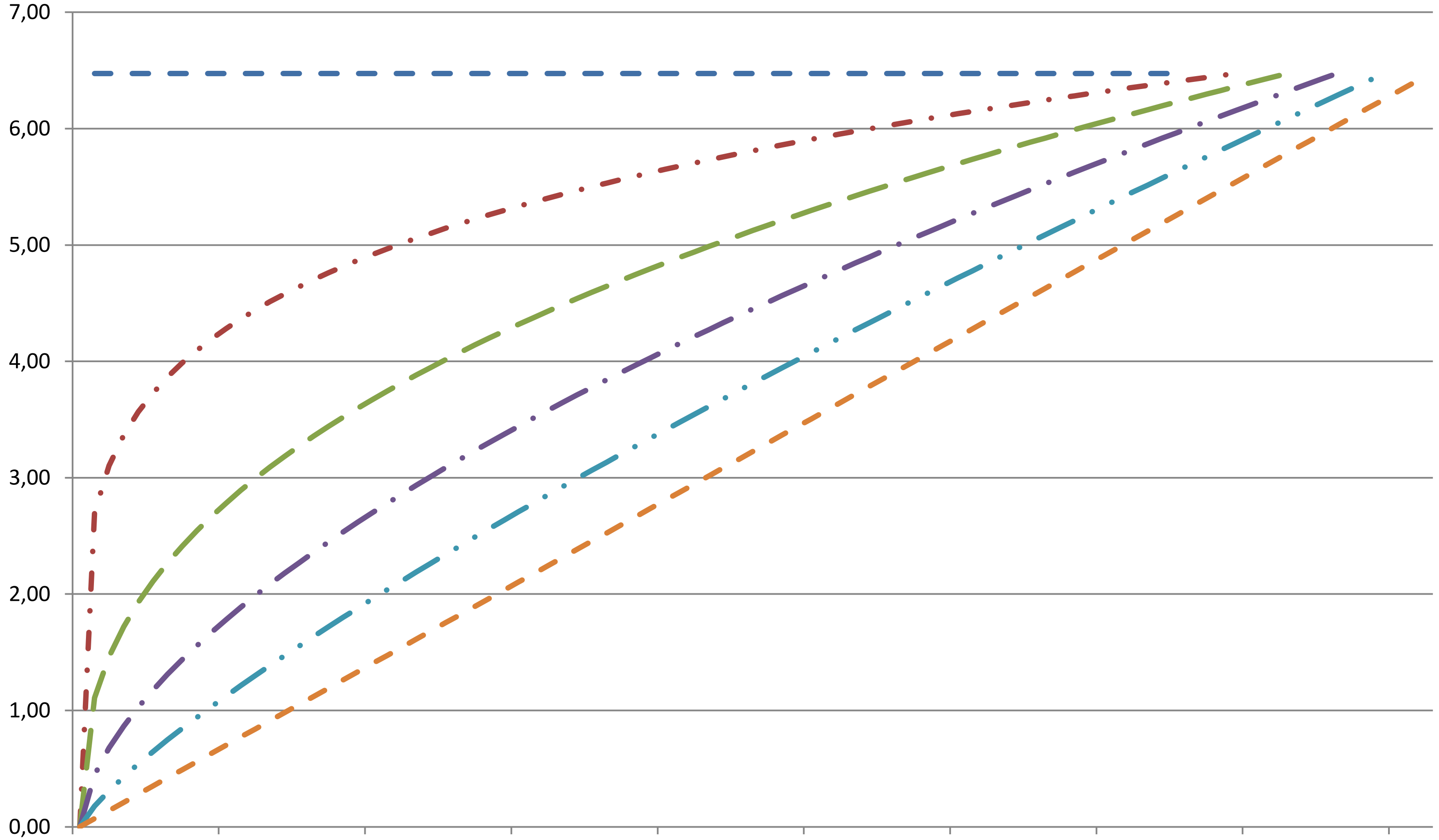


Gráfico a-t; exponente n=1 ; n= 2; n= 3; n= 4; n=5

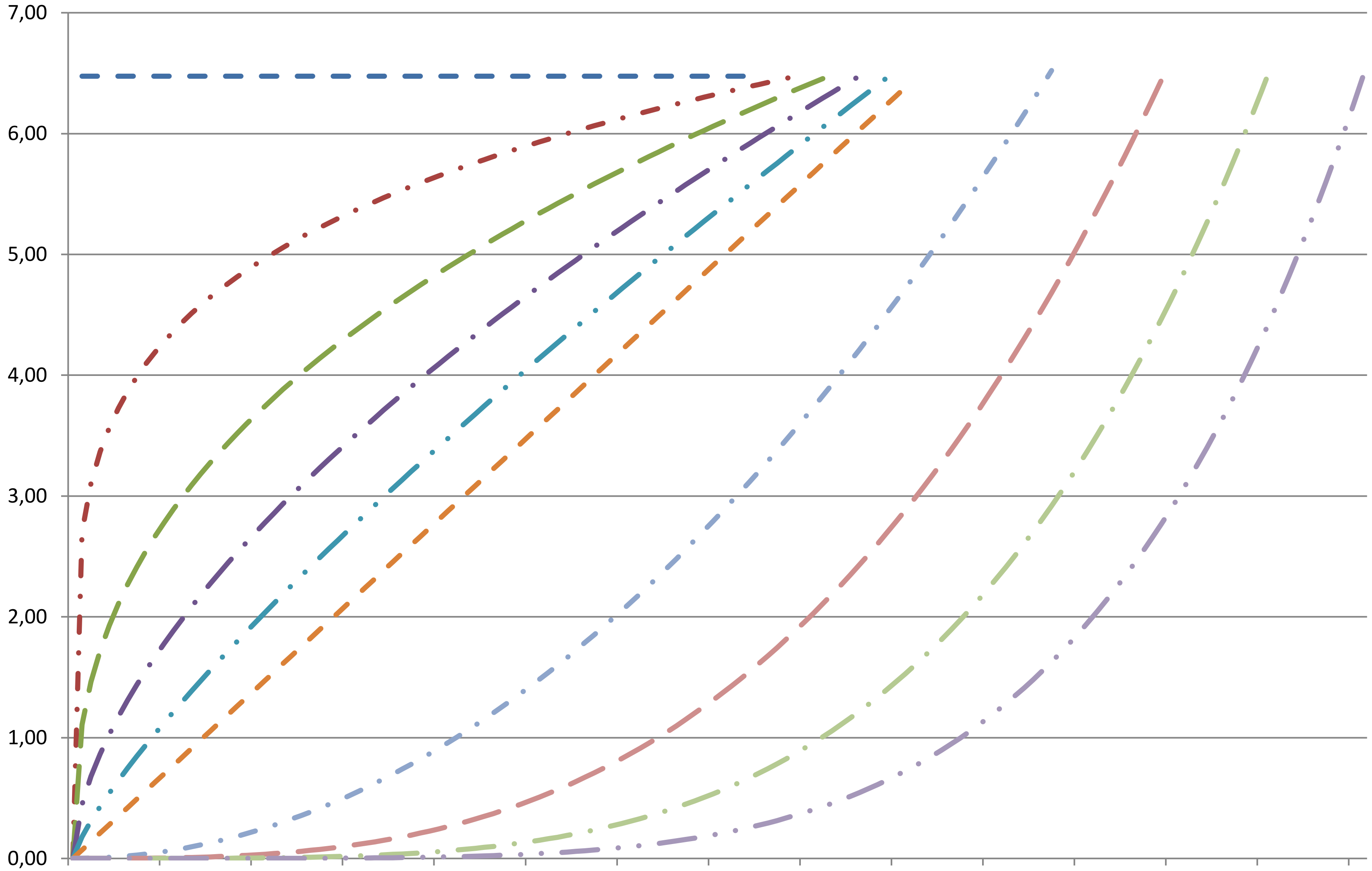


Gráfico v-t; exponente n=0

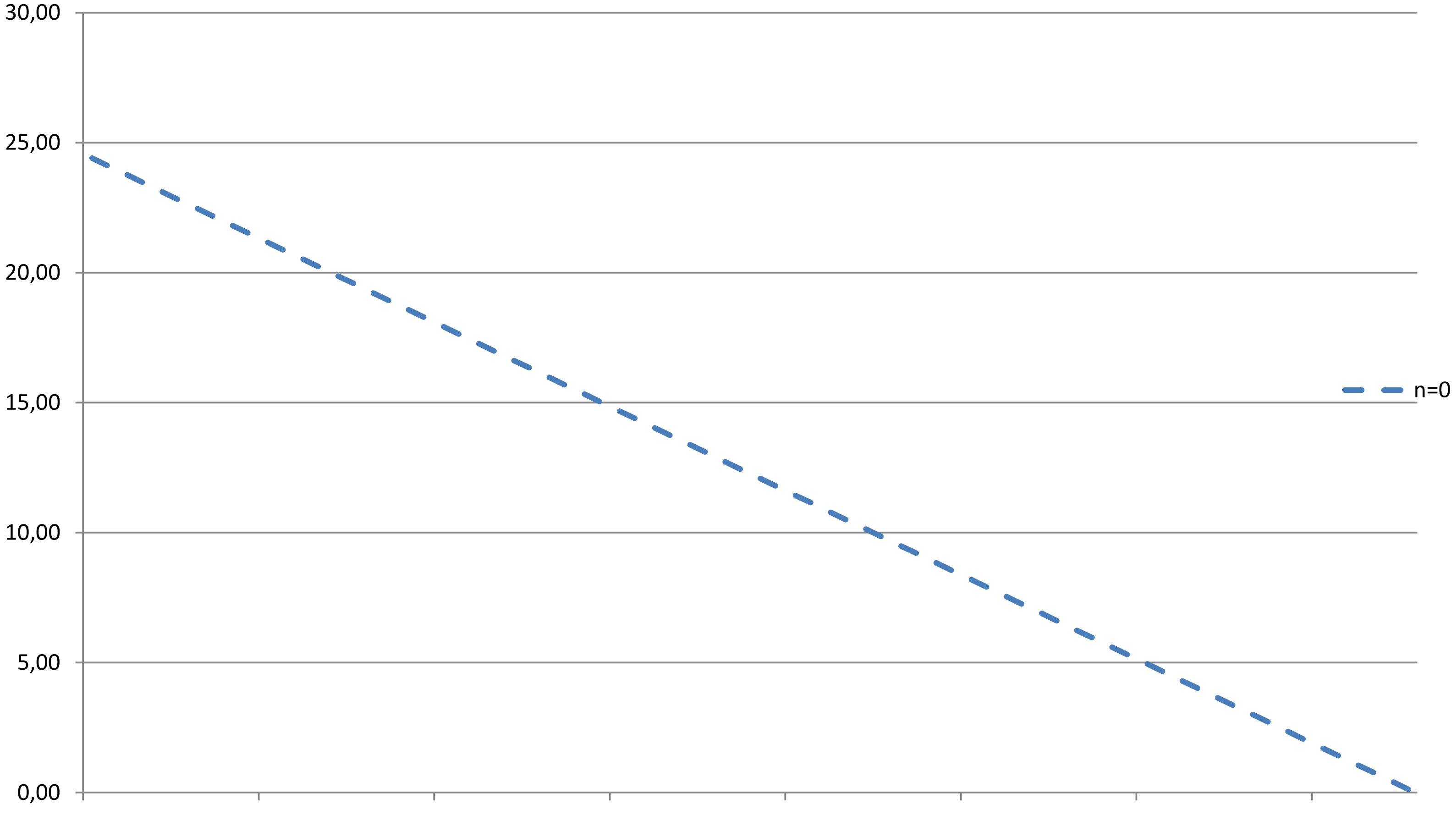
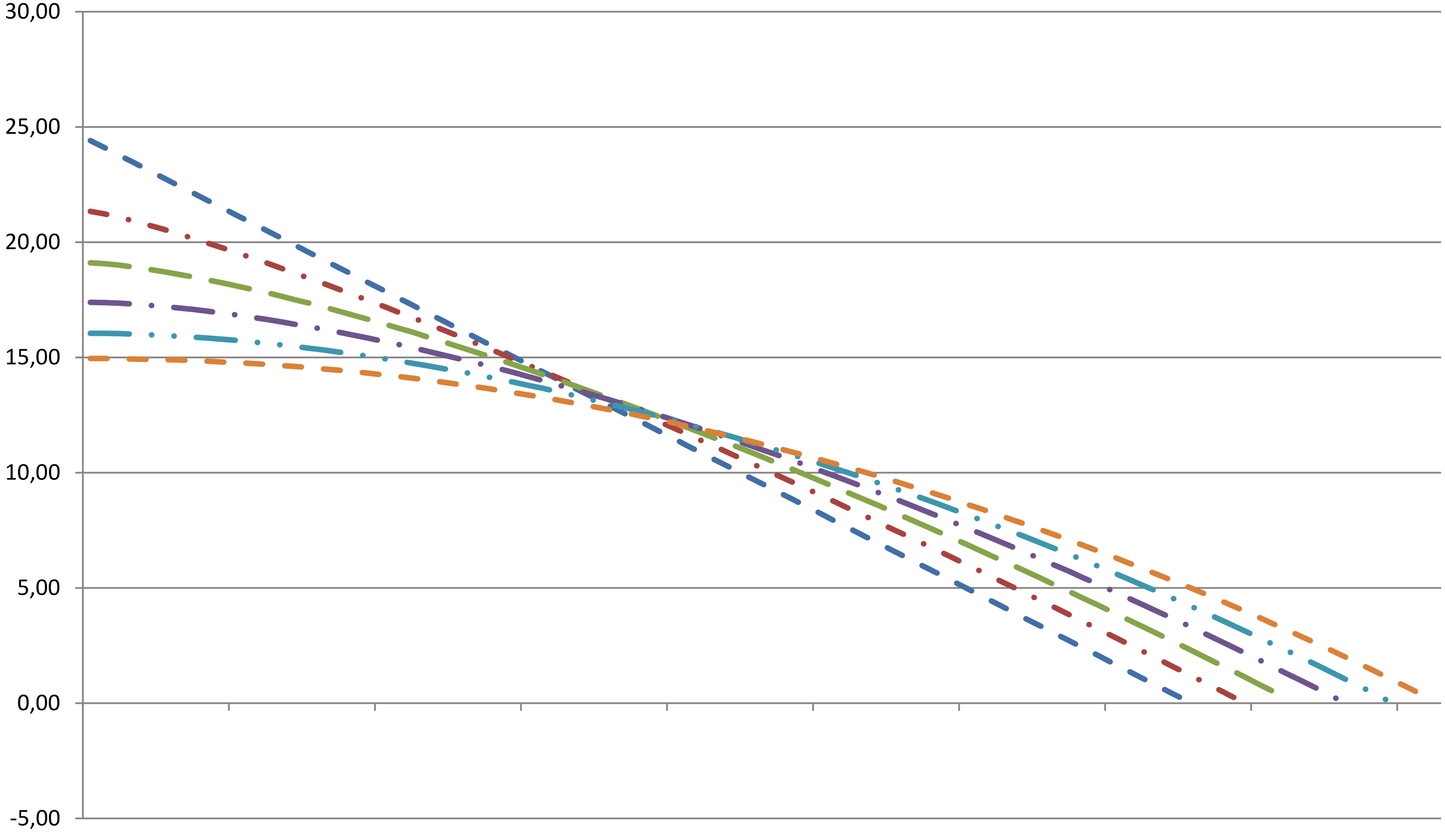


Gráfico v-t; exponente n= 0; n= 0,2; n= 0,4; n= 0,6; n= 0,8; n= 1



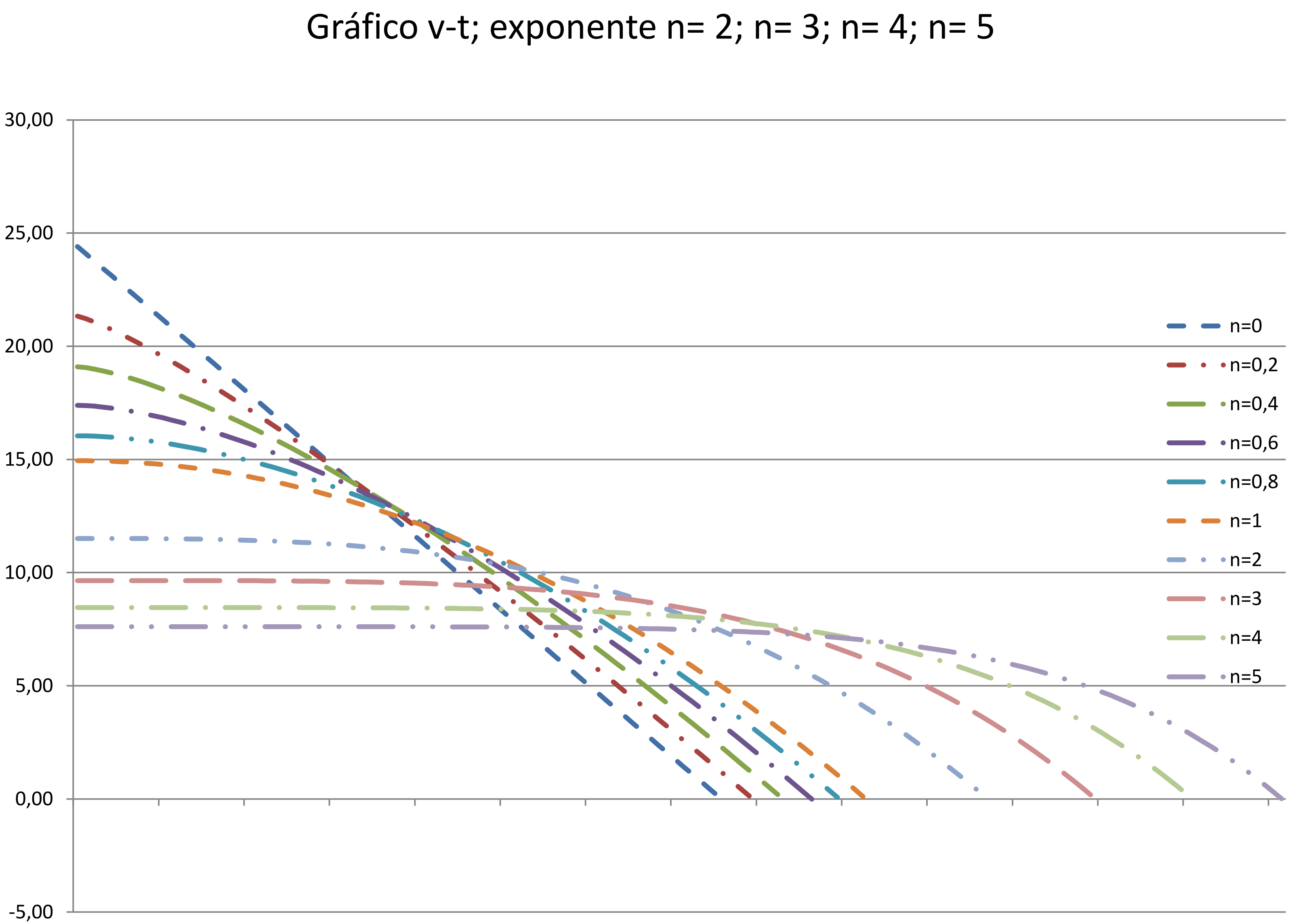


Gráfico v-t; exponente n= 2; n= 3; n= 4; n= 5
30,00
25,00
20,00
15,00
10,00
5,00
0,00
-5,00
n=0
n=0,2
n=0,4
n=0,6
n=0,8
n=1
n=2
n=3
n=4
n=5

μ	n=0			n=1			n=2			n=3		
	T	V_0	V_0	T	V_0	V_0	T	V_0	V_0	T	V_0	V_0
	seg.	m/seg	km/h	seg.	m/seg	km/h	seg.	m/seg	km/h	seg.	m/seg	km/h
0,66	3,77	24,28	87,41	4,62	14,89	53,60	5,33	11,55	41,58	5,96	9,93	35,75
0,60	3,95	22,07	79,45	4,84	13,54	48,74	5,59	10,50	37,80	6,25	8,76	31,54
0,55	4,13	20,23	72,83	5,06	12,41	44,68	5,84	9,62	34,63	6,53	8,03	28,91
0,50	4,33	18,39	66,20	5,30	11,28	40,61	6,12	8,75	31,50	8,75	7,30	26,28
0,45	4,57	16,55	59,58	5,59	10,15	36,54	6,46	7,87	28,33	7,22	6,57	23,65
0,40	4,84	14,72	52,99	5,93	9,03	32,51	6,85	7,00	25,20	7,66	5,84	21,02
0,35	5,18	12,88	46,37	6,34	7,90	28,44	7,32	6,12	22,03	8,18	5,11	18,40